



# MATEMATIČKI KLOKAN

## RJEŠENJA

# J

Pitanja za 3 boda:

1. Koji je broj jedanko udaljen od 2006 i 6002?

- A) 3998      B) 4000      C) 4002      D) 4004      E) 4006

Odgovor : **D**       $(2006+6002)/2=4004$

2. Koliko četveroznamenastih brojeva sa različitim znamenkama je djeljivo brojem 2006?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

Odgovor : **C**      Tri broja. 4012, 6018, 8024

3. Koji se najmanji deseteroznamenasti broj može napisati spajanjem brojeva 309, 41, 5, 7, 68, i 2?

- A) 1234567890      B) 1023456789      C) 3097568241      D) 2309415687      E) 2309415678

Odgovor : **D**      2 309 415 687. Treba se staviti najmanja moguća znamenka na mjesto najveće mjesne vrijednosti.

4. Koliko će puta između 0:00 i 23:59 digitalni sat pokazati sve od znamenaka 2, 0, 0 i 6, u bilo kojem redoslijedu?

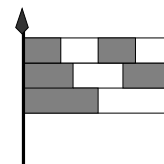
- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

Odgovor : **E**      Pet puta. 00:26, 02:06, 06:02, 06:20 i 20:06.

5. Zastava se sastoji od tri pruge iste širine koje su podijeljene na dva, tri i četiri jednaka dijela kao na slici. Koji dio zastave, izražen razlomkom, je obojan sivom bojom?

- A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{2}{3}$       C)  $\frac{3}{5}$       D)  $\frac{4}{7}$       E)  $\frac{5}{9}$

Odgovor : **E**       $\frac{1}{6} + \frac{2}{9} + \frac{1}{6} = \frac{5}{9}$



6. 25% Petrovih knjiga su romani, a  $\frac{1}{9}$  su zbirke poezije. Ako ima između 50 i 100 knjiga, koliko knjiga se nalazi u Petrovoj kolekciji?

- A) 50      B) 56      C) 64      D) 72      E) 93

Odgovor : **D**      Broj knjiga mora biti djeljiv s 9 i 4. Dakle u obzir dolaze njihovi višekratnici, 36, 72, itd. No broj knjiga je između 50 i 100 stoga samo 72 zadovoljava sve uvjete.

7. Sat moje bake ubrza jednu minutu svaki sat. Djedov sat svaki sat izgubi pola minute. Prije no što sam napustio kuću sinkronizirao sam njihove satove i obećao im da ću se vratiti kad razlika između njihovih satova bude točno jedan sat. Koliko će vremena proći do kad se vratim?

- A) 12 sati      B) 14 sati i pol      C) 40 sati      D) 60 sati      E) 90 sati

Odgovor : **C**      Za dva sata razlika će biti 3 minute. Dakle, razlika od 60 minuta biti će za 20 puta više vremena tj. 40 sati.

8. Krug je podijeljen na četiri kružna luka duljine 2, 5, 6 i x. Pronađi vrijednost broja x ako kružnom luku duljine 2 odgovara središnji kut od  $30^\circ$ .

- A) 7      B) 8      C) 9      D) 10      E) 11

Odgovor : **E**       $\frac{2}{2\pi} = \frac{30}{360}$  .  $2\pi r = 24$  .  $\frac{5}{24} = \frac{x}{360}$  .  $x = 75$  .  $\frac{6}{24} = \frac{y}{360}$  .  $y = 90$  .  $360^\circ - (90^\circ + 30^\circ + 75^\circ) = 165^\circ$  .  $\frac{165}{360} = \frac{n}{24}$  .  $n = 11$  .



**Pitanja za 4 boda:**

9. Jedan paket bombona košta 10 kuna. U svakom se pakiranju nalazi kupon. Za svaka tri sakupljena kupona dobije se jedan besplatan paket. Koliko se paketa bombona dobije za 150 kn?

- A) 15      B) 17      C) 20      D) 21      E) 22

Odgovor : **E**      15 paketa + 5 paketa + 1 paket + 1 paket. Za 150 kuna u dućanu se kupi 15 paketa. Dobije se 15 kupona s kojima se mogu kupiti još 5 paketa. U tim paketima dobije se još 5 bonova. Za tri bona kupi se još jedan paket. Ostala su nam još dva bona i treći koji smo dobili u tom zadnjem kupljenom paketu. S tim bonovima može se kupiti još jedan paket bombona.

10. Brojevi a, b, c i d su pozitivni tako da je  $ab = 2$ ,  $bc = 3$ ,  $cd = 4$  i  $de = 5$ . Koja je vrijednost broja  $e/a$ ?

- A) 15/8      B) 5/6      C) 3/2      D) 4/5      E) nemoguće je odrediti

Odgovor : **A**       $\frac{ab}{bc} = \frac{2}{3} \cdot \frac{cd}{de} = \frac{4}{5}$  slijedi,  $c = \frac{3a}{2}$ ;  $c = \frac{4e}{5}$  Zato je  $\frac{3a}{2} = \frac{4e}{5} \cdot \frac{e}{a} = \frac{15}{8}$ .

11. Netko je Lady Agnes upitao za godine. Odgovorila je: "Ako poživim do stote godine, onda je broj mojih godina sada jednak četiri trećine od polovine preostalih godina." Koliko je stara Lady Agnes?

- A) 20      B) 40      C) 50      D) 60      E) 80

Odgovor : **B**       $x = \frac{4}{3} \times \frac{1}{2} (100 - x)$        $x = 40$ .

12. Pravokutnik na slici podijeljen je na šest manjih kvadrata. Duljina stranice najmanjeg kvadrata je 1 cm. Kolika je duljina stranice najvećeg od njih?

- A) 4 cm      B) 5 cm      C) 6 cm      D) 7 cm      E) 8 cm

Odgovor : **D**       $x + x + x + 1 = x + 2 + x + 3$        $x = 4$  najveća stranica  $x + 3 = 7$



13. U danom zbrajanju različita slova predstavljaju različite znamenke.

Koju znamenku predstavlja slovo G?

$$\begin{array}{r} \text{K A N} \\ + \text{K A G} \\ + \text{K N G} \\ \hline 2006 \end{array} \quad \begin{array}{r} 684 \\ + 681 \\ + 641 \\ \hline 2006 \end{array}$$

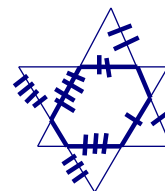
A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

Odgovor : **A**

14. Dva sukladna jednakokranična trokuta s opsegom 18 cm su preklopljena tako da su im odgovarajuće stranice paralelne. Nađi opseg nastalog šesterokuta.

- A) 11 cm      B) 12 cm      C) 13 cm      D) 14 cm      E) 15 cm

Odgovor : **B**      S obzirom na paralelne stranice, svi novonastali trokuti imaju sve iste kutove. Sva tri kuta svakog trokuta iznose  $60^\circ$  pa su trokuti jednakokranični. Možemo pokazati da je zbroj duljina stranica šesterokuta jednak zbroju duljina dviju stranica identičnih jednakokraničnih trokuta, odnosno 12 cm.



15. Koji je najveći broj znamenaka koji broj može imati ako je svaki par susjednih znamenaka kvadrat broja?

- A) 5      B) 4      C) 3      D) 6      E) 10

Odgovor : **A**      To je broj 81649, sa pet znamenaka.

16. Vlak se sastoji od pet vagona: I, II, III, IV i V. Na koliko se načina može postaviti vlak tako da je vagon I uvijek bliži lokomotivi od vagona II?

- A) 120      B) 60      C) 48      D) 30      E) 10

Odgovor : **B**  $1 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1 = 24, \ 3 \ 1 \ 3 \ 2 \ 1 = 18, \ 3 \ 2 \ 1 \ 2 \ 1 = 12, \ 3 \ 2 \ 1 \ 1 \ 1 = 6.$  Ukupno 60.

### Pitanja za 5 bodova:

17. U kutiji se nalazi 15 loptica obojenih crveno-plavo (pola crveno, pola plavo), 12 loptica obojenih plavo-zelena i 9 loptica obojenih zeleno-crveno. Koji je najmanji broj loptica koji mora biti izabran kako bi sigurno imali sedam loptica koje dijele istu boju?

- A) 7      B) 8      C) 9      D) 10      E) 11

Odgovor : **D** U najnepovoljnijoj situaciji odabrali bi tri crveno-plave, tri plavo-zelene i tri zeleno-crvene. Time bi imali šest od svake boje. Sljedeća loptica - 10, bilo koje boje, zadovoljit će zadani uvjet.

18. Kvadrat površine  $125 \text{ cm}^2$  podijeljen je na pet dijelova iste površine - četiri kvadrata i jedan lik oblika slova L, kako je prikazano na slici. Nađi duljinu najkraće stranice lika u obliku slova L.

- A) 1 cm    B) 1,2 cm    C)  $2(\sqrt{5}-2) \text{ cm}$     D)  $3(\sqrt{5}-1) \text{ cm}$     E)  $5(\sqrt{5}-2) \text{ cm}$

Odgovor : **E**  $125 : 5 = 5. \sqrt{125} = 5\sqrt{5} \quad 5\sqrt{5} - 10 = 5(\sqrt{5} - 2) \text{ cm}.$

19. Svaka strana kocke obojana je različitim bojom od šest zadanih boja. Koliko različitih kocki se može napraviti na ovaj način?

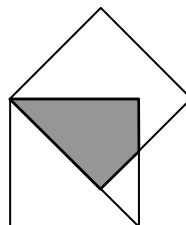
- A) 24      B) 30      C) 36      D) 42      E) 48

Odgovor : **B**  $6 \times 5 = 30$

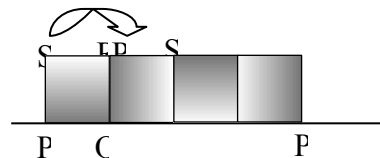
20. Dva kvadrata duljine stranice 1 dijele zajednički vrh, i stranica jednog kvadrata leži na dijagonali drugoga. Koja je površina nastalog (osjenčanog) četverokuta?

- A)  $\sqrt{2}-1$     B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     C)  $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$     D)  $\sqrt{2}+1$     E)  $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

Odgovor : **A**  $1 - \frac{1}{2} - \frac{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-1)}{2} = \sqrt{2}-1.$



21. Kvadrat PQRS sa stranicama duljine 10 cm rotiran je kao što je prikazano na slici. P i Q na početku leže na pravcu i prva rotacija je oko točke Q. Rotacija prestaje kad točka P opet padne na pravac. Koja je duljina krivulje koju je točka P prešla?



- A)  $10\pi$       B)  $5\pi + 5\pi\sqrt{2}$       C)  $10\pi + 5\pi\sqrt{2}$       D)  $5\pi + 10\pi\sqrt{2}$       E)  $10\pi + 10\pi\sqrt{2}$

Odgovor : **C**  $2 \times \frac{1}{4} \times 2\pi \times 10 + \frac{1}{2} \times \pi \times 10\sqrt{2} = 10\pi + 5\pi\sqrt{2}.$

22. Broj 257 ima 3 različite znamenke, koje kad se čitaju u obrnutom smjeru daju veći broj, 752. Koliko troznamenkastih brojeva ima isto svojstvo?

- A) 124      B) 252      C) 280      D) 288      E) 360

Odgovor : **D** Ako je znamenka 1 na prvome mjestu, postoji  $8 \times 8$  kombinacija, ako je znamenka 2 na prvom mjestu  $8 \times 7$ , a zatim redom  $8 \times 6, 8 \times 5, 8 \times 4, 8 \times 3, 8 \times 2, 8 \times 1$  kombinacija. Dakle, ukupno  $8 \times (8+7+6+5+4+3+2+1) = 8 \times 36$  odnosno 288 kombinacija.

23. Y je definiran kao zbroj znamenaka X, a Z kao zbroj znamenaka Y. Koliko prirodnih brojeva zadovoljava jednakost  $X+Z+Y=60$ ?

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) više od 3

Odgovor : **D** Ako za X uzmemo broj iznad 50  $X+Y+Z$  daje prevelike zbrojeve, a ispod 44 premale. Brojevi koji zadovoljavaju uvjet su 50, 47 i 44.

24. Pretpostavimo da je završni rezultat neke nogometne utakmice 5-4 za domaću ekipu. Ako su domaćini ostvarili prvi zgoditak i zadržali vodstvo do kraja, na koliko različitih načina je redoslijed zgoditaka mogao biti ostvaren?

A) 17

B) 13

C) 20

D) 14

E) 9

Odgovor : **D**

12345**1**234 = 1 mogućnost, 1234**1**... tri mogućnosti, 123**1**4....tri mogućnosti, 123**1**24 dvije mogućnosti, 12**1**324 dvije mogućnosti, 12**1**34 tri mogućnosti. Ukupno 14 mogućnosti



# MATEMATIČKI KLOKAN S

## RJEŠENJA

1. Koji je od sljedećih brojeva najveći?

- A)  $2006 \times 2006$  B)  $2005 \times 2007$  C)  $2004 \times 2008$  D)  $2003 \times 2009$  E)  $2002 \times 2010$

Odgovor : **A**

2. Koliko nula ima produkt prvih 2006 prostih brojeva?

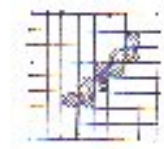
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 9 E) 26

Odgovor : **B**  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \dots$   $2 \cdot 5 = 10$  pojavljuje se samo jednom

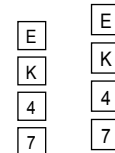
3. Kvadrati obojani u sivo imaju površinu i opseg. Koliko kvadrata možemo obojati u sivo da povećamo površinu ali ne i opseg ?

- A) 0 B) 7 C) 18 D) 12 E) 16

Odgovor : **E**  $O_P = 20$   $P_P = 9$   $O_K = 20$   $P_K = 25$   $P_K - P_P = 16$



4. Na stolu se nalaze četiri karte. Svaka karta ima na jednoj strani slovo, a na drugoj broj. Petar je rekao: "Ako je na jednoj strani karte samoglasnik, na drugoj strani je paran broj. Koji je najmanji broj karata koje Anita mora okrenuti da bi provjerila istinitost Petrove tvrdnje?"



- A) nijednu B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

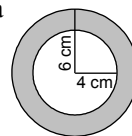
Odgovor : **C** mora okrenuti E i 4

5. Dva vlaka jednake duljine putuju u suprotnim smjerovima. Prvi putuje brzinom 100 km/h, a drugi 120 km/h. Putnik drugog vlaka je primjetio da prvom vlaku treba 6 sekundi da prođe ispred njega. Koliko vremena treba putniku prvog vlaka da vidi prolaz drugog vlaka?

- A) 5sekundi B) 6sekundi C) između 6 i 7 sekundi D) 7sekundi E) više od 7 sekundi

Odgovor : **B** Obzirom da je brzina prolaska vlaka jednog pokraj drugog 220 km/h to znači da će i putnik prvog vlaka prolazak drugog vlaka vidjeti za 6s.

6. Suzana ima dva privjeska napravljena od istih materijala. Privjesci su jednako široki i jednake su težine. Prvi ima oblik kružnog vijenca koji je sastavljen od dva koncentrična kruga radijusa 6 cm i 4 cm (pogledaj sliku). Drugi privjesak ima oblik punog kruga. Koliki je radijus drugog kruga?



- A) 4 cm B)  $2\sqrt{6}$  cm C) 5 cm D)  $2\sqrt{5}$  cm E)  $\sqrt{10}$  cm

Odgovor : **D**  $P_1 = R^2 - r^2$   $P_2 = x^2$   $R^2 - r^2 = x^2$   $x = 2\sqrt{5}$  cm

7. Razlika između bilo koja dva uzastopna broja a, b, c, d, e je ista. Ako je  $b=5.5$ , a  $e=10$ , koja je vrijednost a?

- A) 0.5 B) 3 C) 4 D) 4.5 E) 5

Odgovor : **C**  $x = \frac{10 - 5.5}{3} = 1.5$   $a = b - x = 4$

8. Ako je  $4^x=9$  i  $9^y=256$ , tada umnožak  $xy$  iznosi?

- A) 2006 B) 48 C) 36 D) 10 E) 4

Odgovor : **E**  $(4^x)^y = 256$   $4^{xy} = 4^4$   $xy = 4$

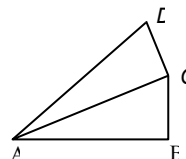
**Pitanja za 4 boda:**

9. Napišite sve 9-znamenkaste brojeve koristeći brojeve od 1 do 9. Napišite svakav takvi broj na poseban papirić i ubacite ga u kutiju. Koliko najmanje papirića morate izvući iz kutije da biste sa sigurnošću tvrdili da ste izvukli dva papirića s istom prvom znamenkom?

- A) 9!      B) 8!      C) 72      D) 10      E) 9

Odgovor : **D**      Prvi broj mora biti jedan od 1 do 9. U najgorom slučaju u prvih 9 izvlačenja redom su prvi brojevi različiti. Tada 10ti broj mora biti jedan od njih.

10. Na crtežu,  $AB$  je duljine 1;  $\angle ABC = \angle ACD = 90^\circ$ ;  $\angle CAB = \angle DAC = \theta$ . Koja je duljina  $AD$ ?



- A)  $\cos \theta + \tan \theta$     B)  $\frac{1}{\cos 2\theta}$     C)  $\cos^2 \theta$     D)  $\cos 2\theta$     E)  $\frac{1}{\cos^2 \theta}$

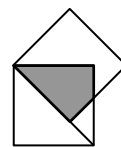
Odgovor : **E**       $\cos \theta = \frac{1}{|AC|}$        $\cos \theta = \frac{|AC|}{|AD|}$        $|AD| = \frac{1}{\cos^2 \theta}$

11. Koja od sljedećih formula daje funkciju čiji graf ima os  $y$  za os simetrije?

- A)  $y = x^2 + x$     B)  $y = x^2 \sin x$     C)  $y = x \cos x$     D)  $y = x \sin x$     E)  $y = x^3$

Odgovor : **D**      parna

12. Dva kvadrata duljine stranice 1 dijele zajednički vrh, a stranica jednog kvadrata leži na dijagonali drugoga. Kolika je površina nastalog (osjenčanog) četverokuta?



- A)  $\sqrt{2} - 1$     B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     C)  $\frac{\sqrt{2} + 1}{2}$     D)  $\sqrt{2} + 1$     E)  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

Odgovor : **A**       $1 - \frac{1}{2} - \frac{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} - 1)}{2} = \sqrt{2} - 1.$

13. Na kotaču za rulet postoje 37 broja: 0 i pozitivni cijeli brojevi od 1 do 36. Koja je vjerojatnost da kuglica stane na prostom broju?

- A) 5/18      B) 11/37      C) 11/36      D) 12/37      E) 1/3

Odgovor : **B**       $v = \frac{\text{broj povoljnih}}{\text{broj mogućih}} = \frac{11}{37}$

14. Ostatak djeljenja broja 1001 sa jednoznamenkastim bojem iznosi 5. Koliko je ostatak djeljenja broja 2006s istim jednoznamenkastim bojem?

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

Odgovor : **A**       $1001 = q_1 x + 5 \Rightarrow q_1 x = 996$        $2006 = q_2 x + r$        $x = 6$        $r = 2$

15. Radijus prometnog znaka je 20 cm. Svaki tamni dio je četrtina kruga. Površina sva četiri tamna dijela jednaka je površini svijetlog dijela znaka. Koliki je radijus kruga?



- A)  $10\sqrt{2}$  cm    B)  $4\sqrt{5}$  cm    C) 20/3 cm    D) 12,5 cm    E) 10 cm

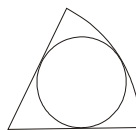
Odgovor : **A**       $P = 20^2 \pi \Rightarrow P = 400\pi \Rightarrow P_1 = 200\pi \Rightarrow r_1 = 10\sqrt{2}$

16. Dana su tri prosta broja ( $a, b, c$ ) u odnosu  $a > b > c$ . Ako je  $a + b + c = 78$  i  $a - b - c = 40$  onda je umožak  $abc =$

A) 438      B) 590      C) 1062      D) 1239      E) 2006  
 Odgovor : **E**       $a = 59 \Rightarrow b + c = 19$        $2006 : 59 = 34 \Rightarrow b \cdot c = 34$        $b = 17$        $c = 2$        $a \cdot b \cdot c = 2006$

**Pitanja za 5 bodova:**

17. Omjer radijusa isječka i upisanog kruga je 3:1. Koliki je omjer površina:



A) 3:2      B) 4:3      C) 5:3      D) 6:5      E) 5:4

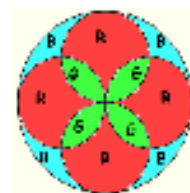
Odgovor : **A**       $R = 3k$        $r = k$        $\frac{P_i}{P_k} = \frac{\frac{R^2 \pi \alpha}{360}}{\frac{r^2 \pi}{6r^2}} = \frac{R^2}{6r^2} = \frac{9k^2}{6k^2} = \frac{3}{2}$

18. Prethodne godine u školskom zboru bilo je 30 dječaka više nego djevojčica. Ove godine broj članova zbora povećao se za 10%: broj djevojčica povećao se za 20% a broj dječaka za 5%. Koliko članova ima zbor ove godine?

A) 88      B) 99      C) 110      D) 121      E) 132

Odgovor : **B**      djevojčice  $x$ , dječaci  $30+x$       lani  $x+(x+30)=2x+30$   
 ove godine  $0.1(2x+30)=0.2x+0.05(30+x)$        $x=30$       zbor ima 99 članova

19. Na crkvenom prozoru nalazi se rozeta. Slova R, G i B predstavljaju crvenu, zelenu i plavu boju. Znamo da je za prozor upotrebljeno  $400 \text{ cm}^2$  zelenog stakla. Koliko je  $\text{cm}^2$  plavog stakla upotrebljeno?



A) 396      B) 400      C)  $120\pi$       D)  $90\sqrt{2}\pi$       E) 382

Odgovor : **B**       $P_{\text{veliki}} = 4 P_{\text{mali}} - \text{"duple područje"} + P_{\text{plavo}}$        $(2x)^2 \pi = 4x^2 \pi - 400 + p_B$        $p_B = 400$

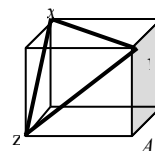
20. Ako su brojevi  $a$  i  $b$  brojevi veći od 1, koji od sljedećih razlomaka ima najveću vrijednost?

A)  $\frac{a}{b-1}$       B)  $\frac{a}{b+1}$       C)  $\frac{2a}{2b+1}$       D)  $\frac{2a}{2b-1}$       E)  $\frac{3a}{3b+1}$

Odgovor : **A**

21. Duljine stranica trokuta  $XYZ$  su 8 cm, 9 cm i  $\sqrt{55}$  cm.

Nadite duljinu diagonale  $XA$  kvadra na slici.



A)  $\sqrt{90}$  cm      B) 10 cm      C)  $\sqrt{120}$  cm      D) 11 cm      E)  $\sqrt{200}$  cm

Odgovor : **B**       $a^2 + b^2 = 64$ ,  $b^2 + c^2 = 81$ ,  $c^2 + a^2 = 55$        $2a^2 + 2b^2 + 2c^2 = 200$

$$|XA| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 10$$

22. Za koliko vrijednosti realnog broja  $b$  jednačba  $x^2 - bx + 80 = 0$  ima dva različita, pozitivna, parna, cijela rješenja?

A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) beskonačno mnogo

Odgovor : **D**       $x_1 \cdot x_2 = 80$ ,  $x_1 + x_2 = b$ , moguća rješenja 40+2, 20+4, 10+8 ukupno 3

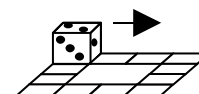
23. Pero je uklonio jedan broj iz deset uzastopnih prirodnih brojeva.

Suma preostalih je 2006. Uklonjeni broj je

A) 218      B) 219      C) 220      D) 225      E) 227

Odgovor : **B**       $n, n+1, n+2, n+3, \dots, n+9$        $9n+44=2006$        $n=218$  uklonjen broj je 219

24. Kocka se nalazi na početnom polju kao na slici. Koliko puta kocka treba proći stazu da se vrati na početnu poziciju sa svim stranama na početnim mjestima?



- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) to je nemoguće napraviti.

Odgovor : C